

## 5 класс. Решения

1. Вписать числа в квадратики так, чтобы равенство

$$\frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{2019}$$

стало верным.

**Ответ:** Например,  $3 \cdot 2019$ ,  $2 \cdot 2019$ ,  $6 \cdot 2019$ .

2. Разрезания двух одинаковых фигур на равные фигуры назовем **различными**, если детальки, на которые режется первая фигура, не равны деталькам, на которые режется вторая. Найти три разрезания фигуры на рис. 1 различными способами на четыре равные части (центральная клетка  $2 \times 2$  вырезана).

**Ответ** на рисунке 1. Могут быть и другие варианты.

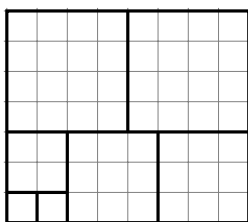


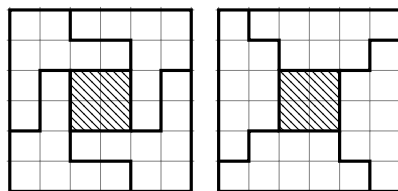
Рис. 2: К задаче 3.

3. Старухе Шапокляк в г. Простоквашино на площади Победы над капитализмом выделили участок земли под строительство дома размером  $7 \text{ м} \times 8 \text{ м}$ . Шапокляк планирует разместить внутри дома 7 квадратных комнат с целыми сторонами. Сколько метров новых стен внутри дома насчитает крыска Лариска?

**Ответ:** 21 м.

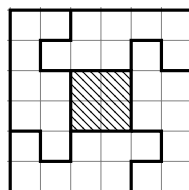
**Решение.** Максимальный квадрат, который можно вписать в прямоугольник  $7 \times 8$  есть квадрат  $7 \times 7$ , но тогда останется место только для семи квадратов  $1 \times 1$ . Если вписать квадрат  $6 \times 6$ , то понадобится не меньше 6 квадратов  $1 \times 1$ .

Квадратов  $4 \times 4$  можно вписать 2. Тогда в оставшиеся места можно вписать два квадрата  $3 \times 3$ , два квадрата  $1 \times 1$  и один квадрат  $2 \times 2$ . Ясно, что уменьшая площадь одного из квадратов  $4 \times 4$  потребуется больше квадратов меньшей площади, а значит и больше квадратов в сумме. Пример приведен на рисунке 2.



(a)

(b)



(c)

Рис. 1: К задаче 2.

4. В шестизначном числе первую и последнюю цифру заменили звездочками: \*2019\*. Известно, что это число делится на 36. Сколько всего чисел удовлетворяют условию?

**Ответ.** 420192, 920196.

**Решение.** Раз число должно делиться на 36, значит, оно должно делиться на 4 и на 9. Для того, чтобы число делилось на 4, нужно, чтобы две последние цифры числа делились на 4. Значит последние цифры могут быть только 2 и 6.

Разберем случай для последней цифры 2. Сумма уже написанных цифр 14. Для того, чтобы число делилось на 9, первая цифра должна быть 4.

Если последняя цифра 6, то первая цифра должна быть только 9.

5. Кот-Баюн перепутал монеты: фальшивые, весящие меньше настоящих, и настоящие. Он ссыпал все 16 монет в один мешочек. Известно, что тех и других монет было поровну. Как Бабе Яге на чашечных весах без гирь гарантированно найти фальшивую и настоящую монеты не более чем за 4 взвешивания?

**Решение.** Положим на каждую чашу по 8 монет. Если весы находятся в равновесии, то на каждой чаше по 4 легких и 4 тяжелых. Выбросим монеты с одной из чаш, оставшиеся монеты разделим пополам. Положим монеты по 2 на чаши. Если весы находятся в равновесии, то мы определили монеты. Если же одна из чаш перевешивает другую, то просто возьмем по одной монете из каждой чаши.

Если одна из чаш весов после взвешивания по 8 монет перевешивает другую, то положим на чаши весов по 4 монеты из каждой группы. Если весы в равновесии, то оставшаяся на столе половина более тяжелой группы весит больше, чем оставшаяся половина легкой группы. Повторим процедуру до тех пор, пока не найдем монеты. Если же весы не в равновесии, то настоящие и фальшивые уже определены.